

ティール・スモール入門

◎ティール・スモール パラメーターの概要

Thiele/Small Parameters (T S P) は、主にスピーカでベンテッド (バスレフ) やパッシブラジエータ型等々の低域特性を設計する目的で使用され、1970年代^(注1) AES 誌に発表された A. N. Thiele と R. H. Small の論文を皮切りに80年代には、論文内で使用されたパラメーターが Thiele/Small Parameters として規格化され現在殆どのスピーカメーカーから公表されるようになり低域特性の設計に利用出来るようになっており、国際標準にもなっています。

詳しくは、別紙「[ティール/スモール パラメーターの歴史](#)」を参照下さい。

注1) 実際は、最初1961年 Radio Engineers, Australia に発表された。

◎低域周波数特性設計に利用される主なT S P

F_s : ドライバーの自由空間に於ける共振周波数、 F_o 、Hz

V_{as} : ドライバーサスペンションのコンプライアンスと等価な空気の容積、Liter

Q_{ts} : F_s に於けるドライバーの自由空間でのドライバー抵抗に起因するトータルQ

F_s は、従来の F_o に相当するパラメーターで、低域再生限界を規定します。

V_{as} は、T S P から策定されたパラメーターで、エンクロージャー容積を規定します。

例えば、 $V_{as} : 50\text{Liter}$ だと50Liter の密閉された容器にコーンと同じ径の可動部を取り付けた状態に相当すると考えられます。

Q_{ts} は、従来の Q_e と Q_m の和分の積の値で、低域ロールオフの肩特性を規定します。

Q_o は、 Q_e に相当するようですが、 Q_m の場合も有るようです。

F_c : 密閉ボックスシステムの共振周波数、Hz

F_b : ベンテッドボックスの共振周波数 (ヘルムホルツ周波数)、Hz

V_b : ボックス実質内容積、Liter

Q_a : F_c に於ける吸音材などの吸収によるボックスのロス成分によるQ

Q_b : F_b に於けるボックスのトータルロス成分によるQ

なお、スピーカに関しては、呼称に "s" が付きボックスに関しては、"b" が付くなど分かりやすくなっています。

◎その他、周波数特性以外に使用するパラメーター

R_e : ボイスコイルの直流抵抗、 Ω

S_d : ドライバーダイヤフラムの振動有効面積、 cm^2

X_{max} : ダイヤフラムの直線最大変位、mm

M_{ms} : ドライバー振動系の全質量、gram

C_{ms} : ドライバーサスペンションのコンプライアンス、 mm/N

C_{ms} は、コーンを 1 N (102 gf) の力で押した時、何 mm 動くかに相当します。

詳しくは、別紙「[ティール/スモール 低域ドライバー パラメーターの定義](#)」と「[ティール・スモール パラメーターの主なシンボル](#)」を参照下さい。

◎ T S P を利用した密閉ボックスの周波数特性を求める例

○ 密閉システムの等価回路を以下に示します。

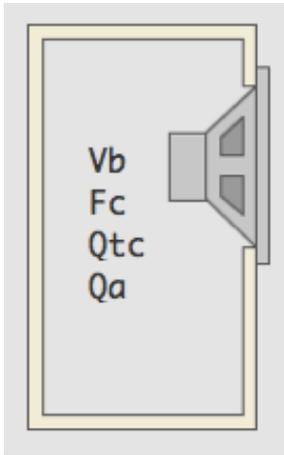


図1 密閉システム

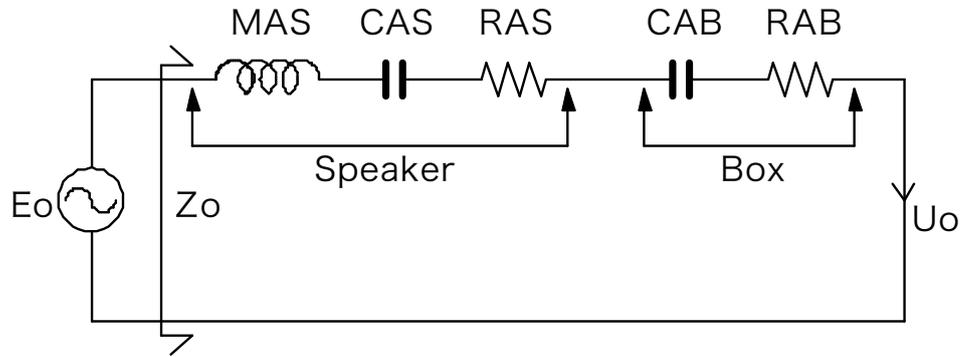


図2 密閉システム簡易型等価回路

図2 に於いて

- E_o : 交流電圧源 (内部抵抗ゼロとする)
- U_o : 音響 (音圧) 出力、体積速度、Volume Velocity
- Z_o : 電圧源から見た回路インピーダンス
- MAS : ダイアフラムの音響質量、ボイスコイルと前後の空気付加を含む
- CAS : ドライバーススペンションの音響コンプライアンス
- RAS : ドライバーススペンションのロスによる音響抵抗
- CAB : エンクロージャー内空気の音響コンプライアンス
- RAB : エンクロージャーのロスと内部吸音による音響抵抗

$$Z_o = j\omega MAS + \frac{1}{j\omega CAS} + RAS + \frac{1}{j\omega CAB} + RAB$$

回路電流は、

$$I_o = \frac{E_o}{Z_o} \quad E_o=1 \text{ とし音響出力は } j\omega MAS \text{ を掛けて} \quad U_o = \frac{j\omega MAS}{Z_o}$$

$$U_o = \frac{j\omega MAS}{j\omega MAS + \frac{1}{j\omega CAS} + RAS + \frac{1}{j\omega CAB} + RAB} \times \frac{j\omega CAS}{j\omega CAS} \quad \text{分母を有理化}$$

$$= \frac{j\omega MAS \cdot j\omega CAS}{j\omega MAS \cdot j\omega CAS + \frac{j\omega CAS}{j\omega CAS} + j\omega CAS \cdot RAS + \frac{j\omega CAS}{j\omega CAB} + j\omega CAS \cdot RAB}$$

$$U_o = \frac{-\omega^2 MAS \cdot CAS}{-\omega^2 MAS \cdot CAS + 1 + j\omega CAS \cdot RAS + \frac{CAS}{CAB} + j\omega CAS \cdot RAB}$$

$$= \frac{-\omega^2 MAS \cdot CAS}{-\omega^2 MAS \cdot CAS + j\omega(CAS \cdot RAS + CAS \cdot RAB) + \frac{CAS}{CAB} + 1}$$

次にパラメーターの変換（置き換え）を行い

$$MAS \cdot CAS = \frac{1}{\omega_s^2} \quad CAS \cdot RAS = \frac{1}{\omega_s \cdot Q_{ts}} \quad \omega_s = 2\pi F_s \quad \omega_c = 2\pi F_c$$

$$\frac{CAS}{CAB} = \frac{V_{as}}{V_b} = \alpha \quad \alpha = \text{コンプライアンスレシオ} \quad CAT = \frac{CAS \cdot CAB}{CAS + CAB}$$

$$\frac{CAS}{CAT} = CAS \cdot \frac{CAS + CAB}{CAS \cdot CAB} = \frac{CAS + CAB}{CAB} = \frac{CAS}{CAB} + 1 = \alpha + 1$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_s} = \frac{F_c}{F_s} = h \quad h = \text{チューニングレシオ} \quad \omega_c = \frac{\omega_c}{\omega_s} \cdot \omega_s = \frac{F_c}{F_s} \cdot \omega_s = \omega_s \cdot h$$

$$CAT \cdot RAB = \frac{1}{\omega_c \cdot Q_a} \quad CAS \cdot RAB = \frac{CAS}{CAT} \cdot CAT \cdot RAB = \frac{CAS}{CAT} \cdot \frac{1}{\omega_c \cdot Q_a} = \frac{\alpha + 1}{\omega_s \cdot h \cdot Q_a}$$

図3 に於いて F_c （共振周波数）を求める
CAT : CASとCAB の直列合成

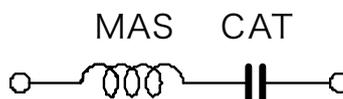


図3 密閉での直列共振回路

$$F_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{MAS \cdot CAT}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{MAS \cdot CAS} \left(\frac{CAS + CAB}{CAB} \right)}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_s^2 \left(\frac{CAS}{CAB} + 1 \right)} = F_s \sqrt{\frac{V_{as}}{V_b} + 1} = F_s \sqrt{\alpha + 1}$$

$$\therefore U_o = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_s} \left(\frac{1}{Q_{ts}} + \frac{\alpha + 1}{h \cdot Q_a} \right) + \alpha + 1}$$

ここで、Fs を正規化周波数として

$$\frac{\omega}{\omega_s} = \frac{f}{F_s} = F \quad f = \text{可変周波数} \quad \alpha + 1 = A_0 \quad \frac{1}{Q_{ts}} + \frac{\alpha + 1}{h \cdot Q_a} = A_1$$

と置くと（可変周波数を 10Hz～1000Hz 等で可変して周波数特性的を求める）

$$U_o = \frac{-F^2}{-F^2 + j \cdot A_1 \cdot F + A_0}$$

周波数特性 |G| は、複素数の絶対値なのでピタゴラス（三平方）の定理を利用して

$$|G|_{dB} = 20 \cdot \text{Log}_{10} \sqrt{\frac{(-F^2)^2}{(-F^2 + A_0)^2 + (A_1 \cdot F)^2}}$$

により求められ、特性は、2次のハイパスフィルターになります。

密閉ボックスでは、SPパラメータ：Fs、Vas、Qts の3つが、ボックスパラメータ：Vb、Qa の2つが分かれば、周波数特性の他、インピーダンス・コーン変位・パワーレート・位相・グループディレイ（群遅延）等をシミュレーション出来、ステップレスポンス（過渡特性）は、周波数特性を逆ラプラス変換する事により得られます。

$$F_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{M_{AS} \cdot C_{AS}}} \quad V_{as} = \rho_0 \cdot c^2 \cdot C_{AS} \quad Q_{ts} = \frac{1}{\omega_s \cdot C_{AS} \cdot R_{AS}}$$

$$V_b = \rho_0 \cdot c^2 \cdot C_{AB} \quad Q_a = \frac{1}{\omega_c \cdot C_{AT} \cdot R_{AB}} \quad \rho_0 = 1.18 \text{kg/m}^3 \text{ 空気の密度} \\ c = 345 \text{m/s} \text{ 音速}$$

○Qtcの違いによる特性

Qtc：密閉でのトータルQは、下式で求められ特性の違いを図4に示します

$$Q_{tc} = \frac{Q_{ts} \cdot Q_a \cdot (V_{as} + V_b)}{h \cdot V_b \cdot Q_a + V_{as} \cdot Q_{ts}}$$

Vbが少なくなるとQtcは高くなります。

逆にQtcを指定してVbを求める事も出来ますが原理的にQts以下の指定は出来ません。

箱に入れるので、

Qtc > Qts が成り立つからです。

Qtc = 0.71 (0.707、1/√2) の時、最大平坦特性になります。

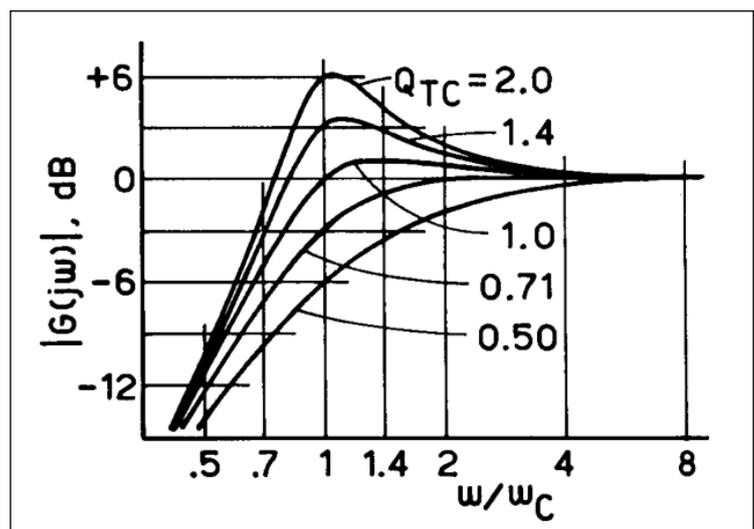


図4 Qtcの違いによる特性の変化

○ステップレスポンス（過渡応答）

スピーカーに於けるステップレスポンスは、図5のように単位直流電圧を入力端子に加えた時のダイアフラムの応答の事を言いその時の音圧変化を指します。

所謂、時間領域特性の一端を表わす特性と言えます。

密閉システムでは、主に Qtc に依存し Qtc が高いほどダイアフラムがその質量の反動により音圧がゼロに収束するまで振動します。

図6で Qtc が0.71以上では制動不足で過渡特性はよくないですが図4のように低域の量感が増す傾向があり両者はトレードオフの関係にあります。

しかしボワボワな低音となりがちなので過渡特性重視の観点からは、制動を効かせるのが良いと言えます。

図7は2Wayシステムの例ですがあくまで計算による物で実際にはこんな綺麗な特性にはならないのが実状で、マルチウェイの時間軸を合わせるのは困難を伴うのが現状です。

シミュレーションでステップレスポンスを求めるには、周波数特性を逆ラプラス変換しますがインパルスレスポンスを積分しても求めることが出来、ステップレスポンスの微分からインパルスレスポンスを求めることも出来る相互関係があります。

今の処ステップレスポンスは、スピーカーのタイムアライメントでの利用が主ですが、再生波形の忠実性の

評価にも利用出来るのではと思われるので、今後の研究課題でもあります。TSPの話題から逸れたので元に戻します。

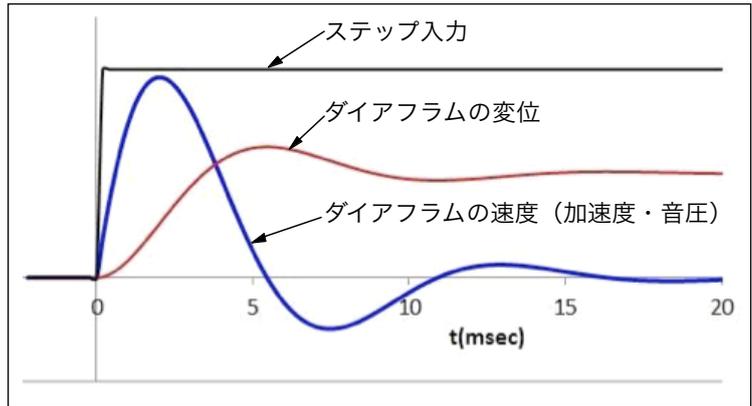


図5 $Qtc=1.25$ の時のステップ応答例

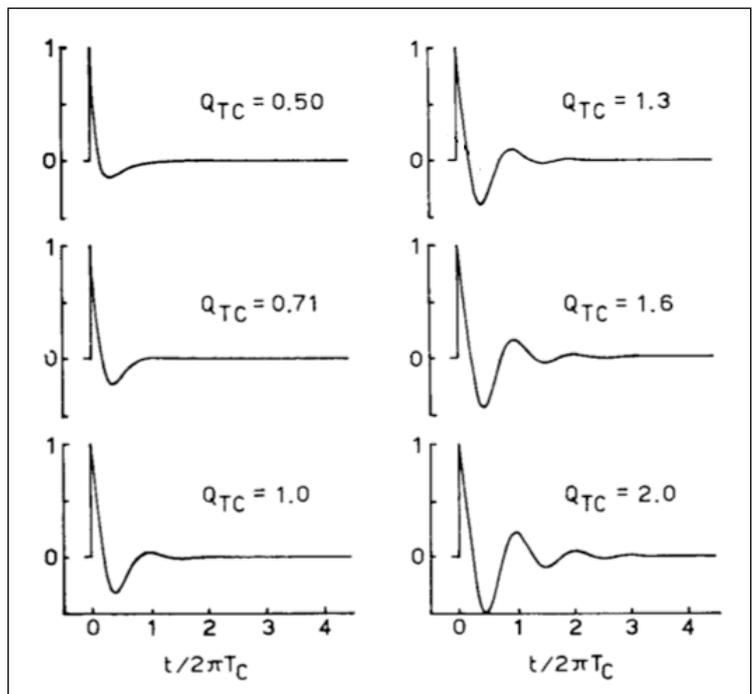


図6 各 Qtc に於けるステップ応答例

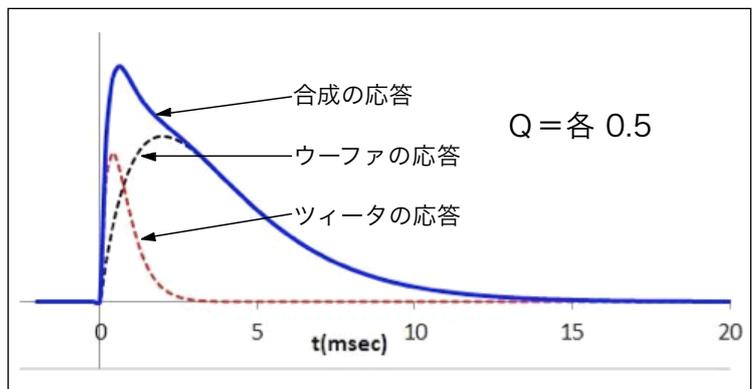


図7 タイムアライメントのとれた2Wayシステムに於けるステップ応答例

◎その他の等価回路

○ベンテッド システム (バスレフ システム)

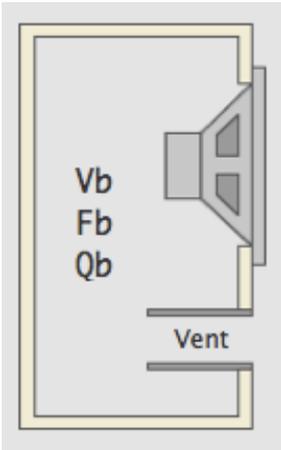


図8 ベンテッドシステム

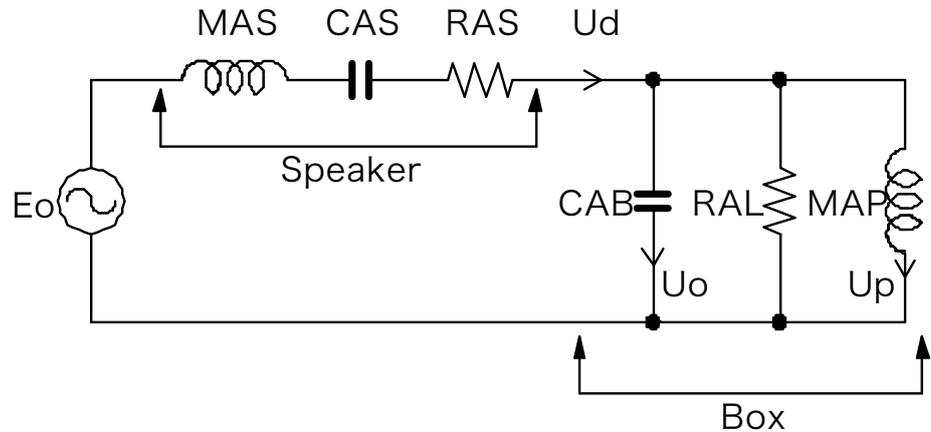


図9 ベンテッドシステム簡易型等価回路

U_o : 音響 (音圧) 出力、体積速度、Volume Velocity = $U_o = U_d + U_p$

CAB : エンクロージャー内空気の音響コンプライアンス

RAL : エンクロージャーの主に空気漏れロスによる音響抵抗

MAP : ベント・ポートの音響質量、前後の空気付加を含む

SPパラメータ以外、ボックスパラメータ : V_b 、 F_b 、 Q_b (Q_l) の3つが必要になり、特性は、4次のハイパスフィルターになります。

図6 特性例で Direct (コーン放射) は、チューニング周波数 (反共振) で振幅が押さえられディップを呈し、この帯域で入力電力を大きくする事が出来、歪みも少なくなります。

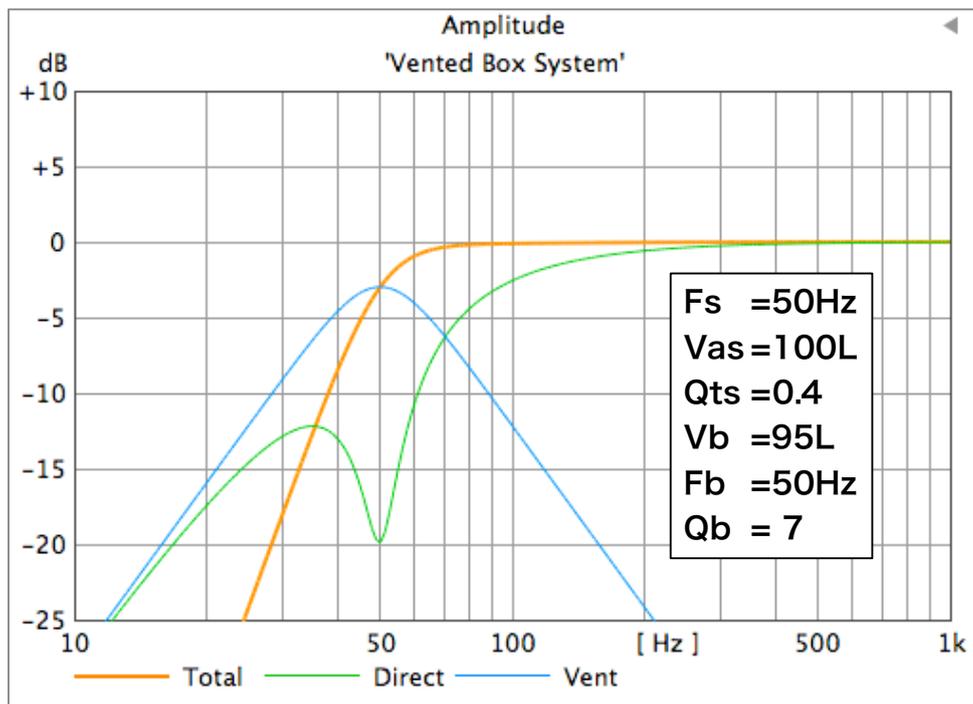


図10 ベンテッドシステムの特性

○パッシブラジエータ システム

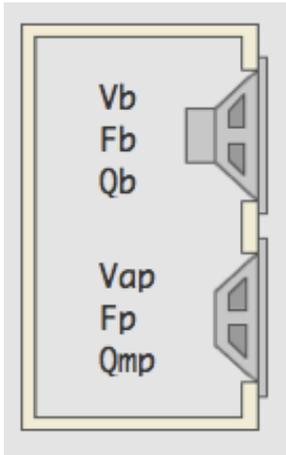


図11 PRシステム

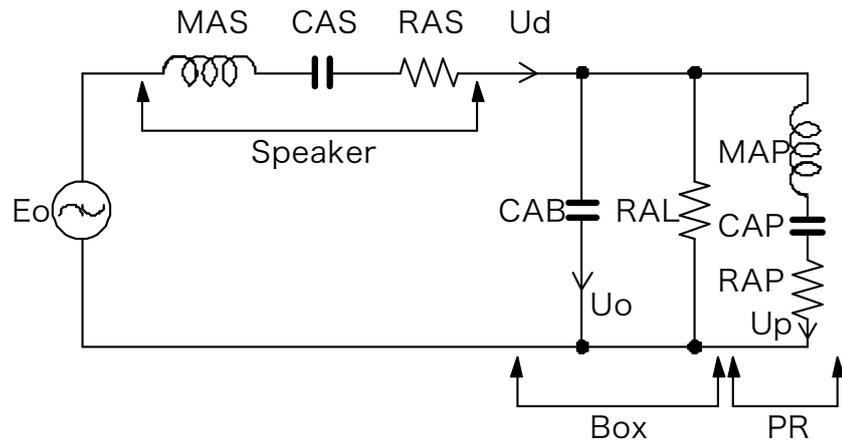


図12 パッシブラジエータシステム簡易型等価回路

U_o : 音響 (音圧) 出力 = $U_o = U_d + U_p$

CAB : エンクロージャー内空気の音響コンプライアンス

RAL : エンクロージャーの主に空気漏れロスによる音響抵抗

MAP : パッシブラジエータの音響質量、前後の空気付加を含む

CAP : パッシブラジエータサスペンションの音響コンプライアンス

RAP : パッシブラジエータサスペンションのロスによる音響抵抗

SPパラメータ以外、ボックスパラメータ : V_b 、 Q_b (Q_l) とパッシブラジエータ V_{ap} 、 F_p 、 Q_{mp} の5つのパラメータが必要になります。

特性は、5次のハイパスフィルターになります。

図9では、パッシブラジエータ共振周波数 F_p でポールを生じるので低域カットオフが高めに来る欠点がありますが、ベントからのボックス内部音の漏れがないのでクリアな再生音が期待出来ます。

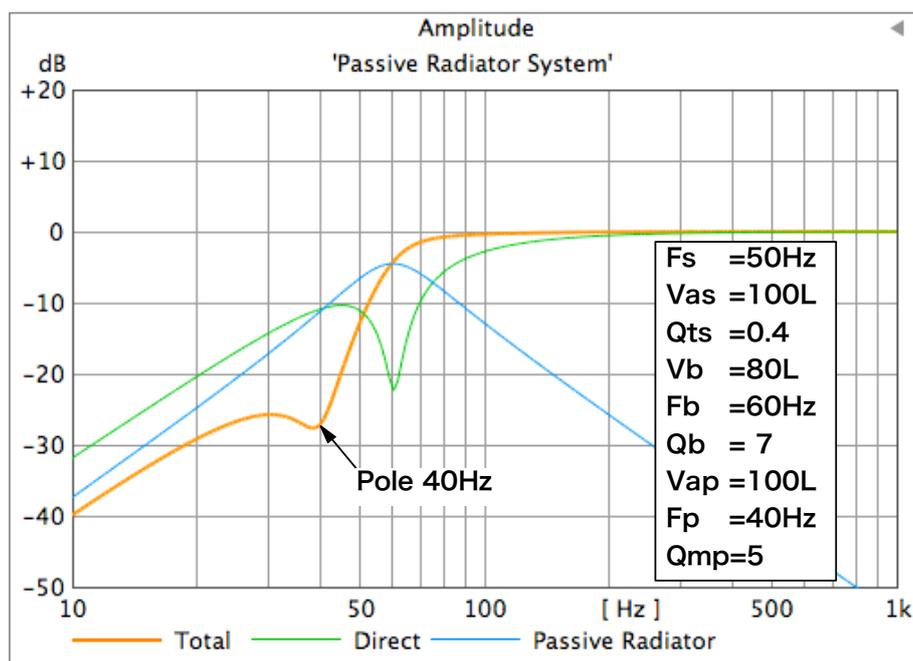


図13 パッシブラジエータシステムの特性格

○パッシブケルトンシステム (バンドパスシステム)

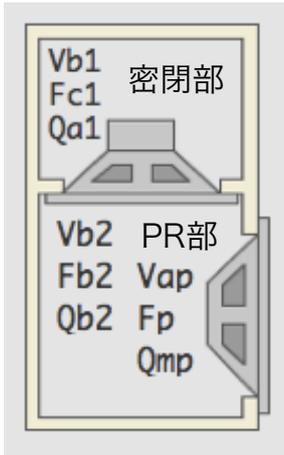


図14 PRケルトン

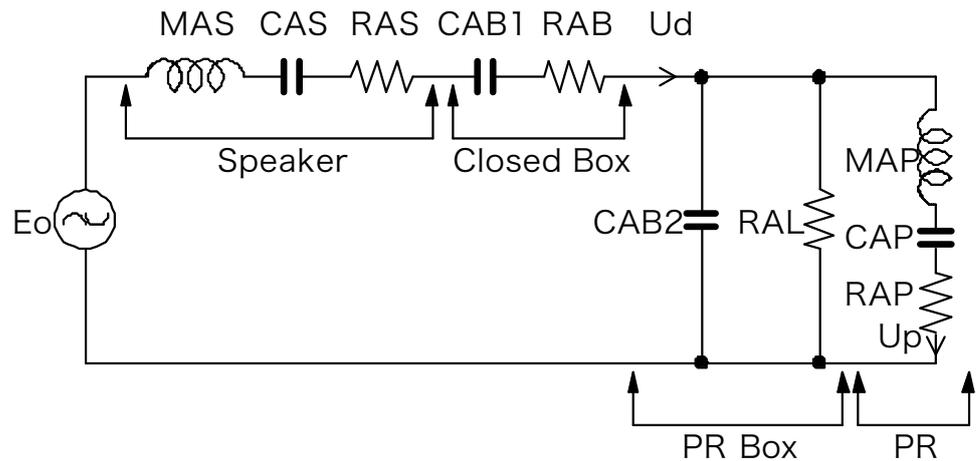


図15 パッシブケルトンシステム簡易型等価回路

U_p : パッシブラジエータからの音響 (音圧) 出力
 $CAB1$: 密閉エンクロージャー内空気の音響コンプライアンス
 RAB : 密閉エンクロージャーのロスと内部吸音による音響抵抗
 $CAB2$: PRエンクロージャー内空気の音響コンプライアンス
 RAL : PRエンクロージャーの主に空気漏れロスによる音響抵抗
 MAP : パッシブラジエータの音響質量、前後の空気付加を含む
 CAP : パッシブラジエータサスペンションの音響コンプライアンス
 RAP : パッシブラジエータサスペンションのロスによる音響抵抗
 SPパラメータ以外、ボックスパラメータ: $Vb1$ 、 Qa 、 $Vb2$ 、 Qb ($Q1$) と
 パッシブラジエータ: Vap 、 Fp 、 Qmp の7つのパラメータが必要になります。
 特性は、6次のバンドパスフィルターになります。
 PRケルトンでは、密閉部の容積を大きくしPR部の容積を少なくする事により広い帯域
 を得る事が出来るようになりますが、PR容積を少なくする事により能率が下がります。

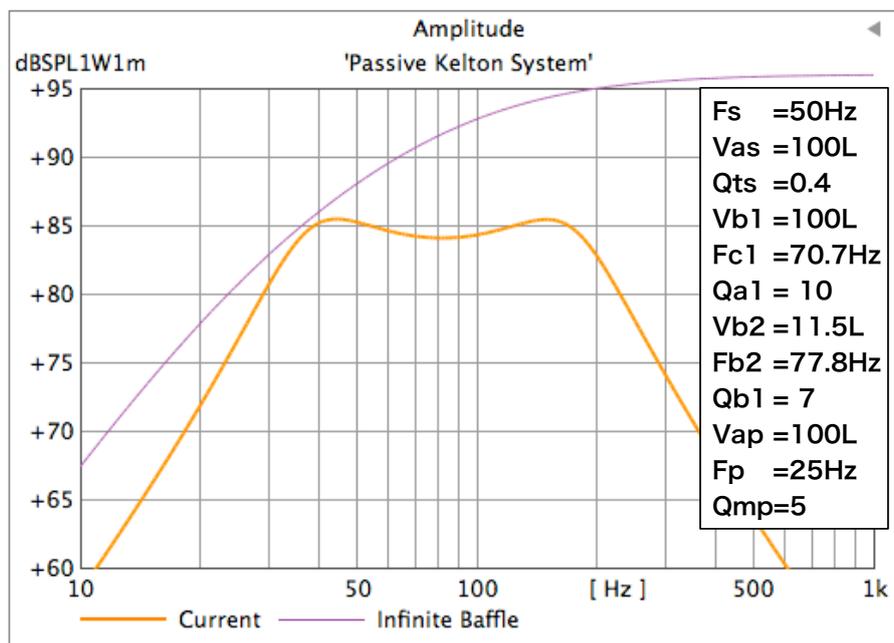


図16 パッシブケルトンシステムの特性格

上記4例の如く等価回路を作り特性を表示したい部分の電流 I_o を求め音圧なら $j\omega MAS$ を、インピーダンスなら RAS 、コーン変位（パワーレートは逆数）なら $1/j\omega CAS$ を乗ずる事により各特性が求められ、位相は周波数特性の \tan^{-1} （アークタンジェント）によりグループディレイ（群遅延）は位相を微分する事により求められます。

基準効率 η_o は

$$\eta_o = \frac{4\pi^2}{c^3} \cdot \frac{Fs^3 \cdot Vas}{Qes} \quad c \text{ (音速)} = 345\text{m/s}, Qes : \text{スピーカの電氣的} Q$$

により求められ、音圧の絶対値表示に適応します。

◎終わりに

上の例は、一般に電気・電子回路で回路特性を求める方法と同様で、音響学的パラメータを電子回路で使用出来るパラメータに変換するのが肝で、作った式に TSP をそのまま代入することが出来ます。

ここで行っているシミュレーションでは、特性の細部までのシミュレーションを目的としているのでは無く特性の概略を得る為の物で、ベンテッドでは、ボックスの容積とチューニング周波数（ベントの寸法）を求めるのを目的とします。

他の解析法として、回路シミュレータ「[LT Spice](#)」や「[MathCad](#)」「[Mathematica](#)」等の物理シミュレーションソフトの使用も可能です。これらでは、モデリング出来ればコーンの分割振動やホーン動作等も解析可能になります。

物理シミュレーターの場合には、各々のシミュレーターが理解出来る形式にパラメータを変換する必要があります。

「ティール・スモール入門」と謳った割にかなり小難しい内容になりましたが、他の冊子で等価回路についての言及が無かったので敢えて書いたのです。

TSP の利用について本質を理解頂くには、等価回路の理解とそれからどうやって周波数特性を求めるかを示すのが良いかとも考えたからです。

本冊子で、 TSP を少しでも理解頂けたなら幸いです、どうだったでしょうか？

◎サイト内 参考冊子

[「ベンテッド \(バスレフレックス\) システムの設計方法」](#)

[「ベント \(ポート・ダクト\) の設計」](#)

[「ティール・スモール パラメータの測定」](#)

[「BoxDesigner スピーカー方式の説明」](#)

[「ベンテッド ボックス の ティール・スモール 特性解析」](#)

※本冊子の著作権はフリーとします。 記：長谷川義之

「ティール・スモール入門」 2021/07