

ベンテッド ボックス の ティール・スモール 特性解析

ティール・スモールによるベンテッド（バスレフ）システム特性解析例の手書きのスクリーン資料を示します。解析方法は他にも LTspice など回路シミュレーターや Mathematica などの数式シミュレーターを使用した方法もあると思いますが、ここでは、ティールとスモールの論文に記された方法になるべく忠実な筆者が独自に考えた手計算でのやり方を紹介しています。独自と言ってもネット上でこう言った解析方法を提示したサイトを発見できないので、おそらく標準的なやり方だと思います。

この冊子に示した様な等価回路を作ることができれば、独自のスピーカー方式でも特性解析する計算式を作ることができる筈です。ので、興味のある方には何らかの参考になると思います。ただし、この解析方法だとベント（ダクト）と箱容積による共振系のシステムしか解析できません、バックロードやトランスミッション等のホーンシステムは、それ用のアプリを使用する必要があります。

参考までに A. N. Thiele、R. H. Small、D. B. Keele Jr. の関連論文のダウンロード リンクを示して置きます。これらは、本 archives ページからもダウンロード出来ます。

「[Loudspeakers in Vented Boxes Part 1-2](#)」 by A. N. Thiele

「[Direct Radiator Loudspeaker System Analysis](#)」 by R. H. Small

「[Closed Box Loudspeaker Systems Part 1-2](#)」 by R. H. Small

「[Vented Box Loudspeaker Systems Part 1-4](#)」 by R. H. Small

「[Low-Frequency Loudspeaker Assessment by Near-field Sound-Pressure Measurement](#)」 by D. B. Keele, Jr

MathCAD のフリーバージョンを使って物理シミュレーションを行いバックロード、フロントホーン、ベンテッド等どんなシステムでも特性解析できる方法を構築した Martin J. King という人物が居ます。彼のサイトから 2～30 ドル程度？で MathCAD 用のファイルを DL できる様なので、長岡式「スーパースワン」とかのシミュレーションをやりたい人は、試して見る価値はあると思います。ただ、現在サイトは 2016 年から休止状態でファイルのアップデートもされていないのでチャンと動作するか解りません。が、彼の書いた資料（英語）を読むだけでも大変な勉強になります。残念ながら解析の核心部分は秘匿されており直ちに応用できる訳ではありませんが！！。

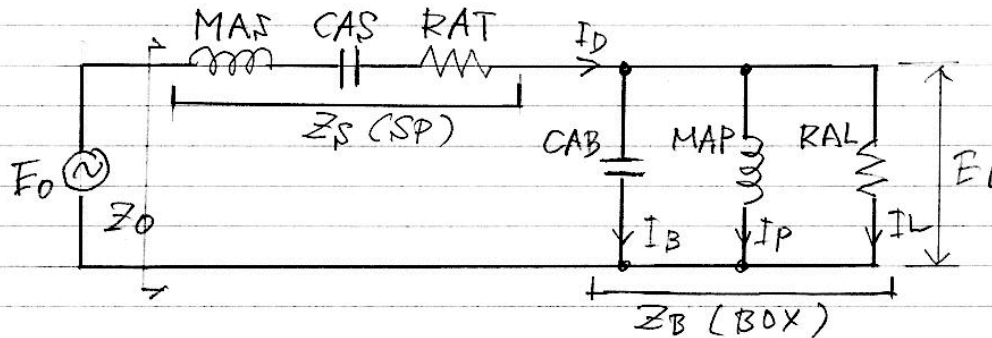
「[Quarter Wavelength Loudspeaker Design](#)」

※本冊子の著作権はフリーとします。

記：長谷川義之「Vented Box T・S 特性解析」2018/06

Vented BOXのT・S特性解析

シフト4等価回路



MAS: SPの音響質量(コイル)

CAS: SPの音響容積(コンデンサ)

RAT: SPの音響抵抗(抵抗成分)

CAB: BOXの音響容積

MAP: Ventの音響質量

RAL: BOXの音響抵抗(抵抗成分)

$F_s(\text{Hz})$

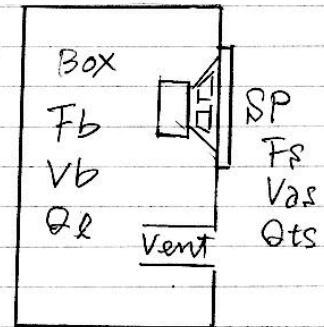
$V_{as}(\text{l})$

Q_{ts}

$F_b(\text{Hz})$

$V_b(\text{l})$

Q_L



構造図

4次のハイパスフィルター

⑥ エLEMENTのインピーダンス

$$Z_s = j\omega MAS + \frac{1}{j\omega CAS} + RAT \quad \leftarrow \text{SPのインピーダンス}$$

$$Z_B = \frac{1}{\frac{1}{j\omega MAP} + j\omega CAB + \frac{1}{RAL}} \times \frac{j\omega MAP}{j\omega MAP}$$

$$\frac{Z_{BN}}{Z_{BD}} = \frac{j\omega MAP}{-\omega^2 MAP CAB + j\omega MAP / RAL + 1} \quad \leftarrow \text{BOXのインピーダンス}$$

6. 4. 10-4: 2 のまゝとす

$$\begin{aligned}\frac{1}{Z_0} &= \frac{1}{Z_S + Z_D} = \frac{1}{Z_S + \frac{Z_{BN}}{Z_{BD}}} \times \frac{Z_{BD} \cdot j\omega C_A S}{Z_{BD} \cdot j\omega C_A S} \\ &= \frac{Z_{BD} \cdot j\omega C_A S}{Z_S Z_{BD} j\omega C_A S + Z_{BN} j\omega C_A S}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{Z_0} = Z_{BD} \cdot j\omega C_A S$$

$$= (-\omega^2 M_A P C_A B + j\omega M_A P / R_A L + 1) \times j\omega C_A S$$

$$= -j\omega^3 M_A P C_A B C_A S - \omega^2 M_A P C_A S / R_A L + j\omega C_A S$$

$$\frac{1}{Z_0} = Z_S \cdot Z_{BD} \cdot j\omega C_A S + Z_{BN} \cdot j\omega C_A S$$

$$= (j\omega R_A S + \frac{1}{j\omega C_A S} + R_A T) (-\omega^2 M_A P C_A B + j\omega M_A P / R_A L + 1) j\omega C_A S - \omega^2 M_A P C_A S$$

$$= +\omega^4 M_A S C_A S M_A P C_A B - j\omega^3 M_A S C_A S M_A P / R_A L - \omega^2 M_A S C_A S$$

$$- \omega^2 M_A P C_A B + j\omega M_A P / R_A L + 1$$

$$- j\omega^3 C_A S R_A T M_A P C_A B - \omega^2 C_A S R_A T M_A P / R_A L$$

$$+ j\omega C_A S R_A T - \omega^2 M_A P C_A S$$

※ ステムから放射される音圧を求める。

⑥ 合成出力 U_B (コ-2とVentからの合成) は

I_B (CAB に流れる電流) に $j\omega M_{AS}$ を乗じ音圧へ変換

$$I_B = \frac{E_1}{j\omega C_{AB}} = E_1 \times j\omega C_{AB}$$

$$E_1 = E_0 \times \frac{Z_B}{Z_0} \quad E_0 = 1 \text{ とする}$$

$$U_B = \frac{Z_B}{Z_0} \times j\omega M_{AS} j\omega C_{AB}$$

$$\frac{Z_B}{Z_0} = \frac{\frac{Z_{BN}}{Z_{BD}}}{Z_s + \frac{Z_{BN}}{Z_{BD}}} \times \frac{Z_{BD} \cdot j\omega C_{AS}}{Z_{BD} \cdot j\omega C_{AS}} \leftarrow \text{分母は同じ}$$

$$U_B (\text{分子}) = Z_{BN} j\omega M_{AS} j\omega C_{AS} j\omega C_{AB}$$

$$= j\omega M_{AS} j\omega C_{AS} j\omega M_{AP} j\omega C_{AB}$$

$$= \omega^4 M_{AS} C_{AS} M_{AP} C_{AB} //$$

⑦ コ-2からの放射 U_D は I_D に $j\omega M_{AS}$ を乗ずる

$$I_D = \frac{F_0}{Z_0} \quad F_0 = 1 \text{ とする} \quad I_D = \frac{1}{Z_0} \quad \text{の分子は } Z_{BD} \cdot j\omega C_{AS}$$

$$U_D (\text{分子}) = (-j\omega^3 M_{AP} C_{AB} C_{AS} - \omega^2 M_{AP} C_{AS} / R_{AL} + j\omega C_{AS}) \cdot j\omega M_{AS}$$

$$= \omega^4 M_{AS} C_{AS} M_{AP} C_{AB} - j\omega^3 M_{AS} C_{AS} M_{AP} / R_{AL} - \omega^2 M_{AS} C_{AS} //$$

⑥ Ventからの放射 U_p は I_p に $j\omega MAS$ を乗ずる

$$I_p = E_1 \times \frac{1}{j\omega MAP} = \frac{Z_B}{Z_0} \times \frac{1}{j\omega MAP}$$

$$U_p = \frac{Z_B}{Z_0} \times \frac{j\omega MAS}{j\omega MAP}$$

$$= \frac{\frac{Z_{BN}}{Z_{BD}}}{Z_s + \frac{Z_{BN}}{Z_{BD}}} \times \frac{Z_{BD} j\omega CAS}{Z_{BD} j\omega CAS} \times \frac{j\omega MAS}{j\omega MAP}$$

← 分母は同じ

$$U_p(\text{分子}) = Z_{BN} j\omega CAS \cdot j\omega MAS / j\omega MAP$$

$$= j\omega MAP \cdot j\omega CAS \cdot j\omega MAS / j\omega MAP$$

$$= -\omega^2 MAS CAS //$$

⑦ 電源 E_0 から見たインピーダンス Z_{VC} を求める

$\frac{1}{Z_0}$ の分子 $Z_{BD} j\omega CAS$ に RAT を乗ずる

$$Z_{VC}(\text{分子}) = (-j\omega^3 MAP CAB CAS - \omega^2 MAP CAS / RAT + j\omega CAS) \times RAT$$

$$= -j\omega^3 CAS RAT MAP CAB - \omega^2 CAS RAT MAP / RAT + j\omega CAS RAT //$$

⑧ γ - γ の変位 U_x は $\frac{1}{Z_0}$ に $\frac{1}{j\omega CAS}$ を乗ずる

$$U_x(\text{分子}) = Z_{BD} j\omega CAS \cdot \frac{1}{j\omega CAS}$$

$$= -\omega^2 MAP CAB + j\omega MAP / RAT + 1 //$$

★ 11°ラキータの変換、テイル・スモル理論より

$$MAS \cdot CAS = \frac{1}{\omega_s^2} = \frac{1}{(2\pi F_s)^2}$$

$$CAS \cdot RAT = \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} = \frac{1}{2\pi F_s Q_{ts}}$$

$$MAP \cdot CAB = \frac{1}{\omega_B^2} = \frac{1}{(2\pi F_b)^2}$$

$$MAP/RAL = \frac{1}{\omega_B Q_L} = \frac{1}{2\pi F_b Q_L}$$

$$\Rightarrow \tau \quad h = \frac{F_b (Hz)}{F_s (Hz)} \leftarrow \tau = \text{サンプル}$$

$$d = \frac{CAS}{CAB} = \frac{V_{as}(f)}{V_b(f)} \leftarrow (\text{フィル}) \text{のゲインとレシオ}$$

とす。

$$MAP \cdot CAB = \frac{1}{\omega_B^2} = \frac{1}{\omega_s^2 h^2} \quad (\omega_B = h \omega_s)$$

$$MAP/RAL = \frac{1}{\omega_B Q_L} = \frac{1}{\omega_s h Q_L}$$

★ 変換した11°ラキータを各式へ当てはめる。

① 分母は、 $\frac{\omega}{\omega_s} = F$ (ω_s で正規化) とす。

$$+\omega^4 MAS \cdot CAS \cdot MAP \cdot CAB = \omega^4 \cdot \frac{1}{\omega_s^2} \cdot \frac{1}{\omega_B^2} = \frac{\omega^4}{\omega_s^4} \frac{1}{h^2} = F^4 \frac{1}{h^2}$$

$$-j\omega^3 MAS \cdot CAS \cdot MAP/RAL = -j\omega^3 \frac{1}{\omega_s^2} \frac{1}{\omega_B Q_L} = -j \frac{\omega^3}{\omega_s^3} \frac{1}{h Q_L} = -j F^3 \frac{1}{h Q_L}$$

$$-\omega^2 MAS \cdot CAS = -\omega^2 \frac{1}{\omega_s^2} = -F^2$$

$$+j\omega MAP/RAL = +j\omega \frac{1}{\omega_B Q_L} = +j F \frac{1}{h Q_L}$$

+1

$$-j\omega^3 CAS \cdot RAT \cdot MAP \cdot CAB = -j\omega^3 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_B^2} = -j \frac{\omega^3}{\omega_s^3} \frac{1}{h^2 Q_{ts}} = -j F^3 \frac{1}{h^2 Q_{ts}}$$

$$-\omega^2 CAS \cdot RAT \cdot MAP \cdot CAB = -\omega^2 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_B Q_L} = -F^2 \frac{1}{h Q_{ts} Q_L}$$

$$+j\omega CAS \cdot RAT = +j\omega \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} = +j F \frac{1}{Q_{ts}}$$

$$-\omega^2 MAP \cdot CAS = -\omega^2 MAP \cdot CAB \cdot CAS/RAL = -\omega^2 \frac{1}{\omega_B^2} d = -F^2 \frac{d}{h^2}$$

⑥ 分母のまとめ

$$= +F^4 \frac{1}{h^2} - jF^3 \frac{1}{hQ_L} - jF \frac{1}{h^2 Q_{ts}} \\ - F^2 - F^2 \frac{1}{h^2} - F^2 \frac{1}{hQ_{ts}Q_L} - F^2 \frac{\alpha}{h^2} \\ + jF \frac{1}{hQ_L} + jF \frac{1}{Q_{ts}} + 1 //$$

$$= \begin{array}{l} +F^4 \frac{1}{h^2} \rightarrow A_1 \\ -jF^3 \left(\frac{1}{h^2 Q_{ts}} + \frac{1}{hQ_L} \right) \rightarrow A_2 \\ -F^2 \left(1 + \frac{1}{h^2} + \frac{1}{hQ_{ts}Q_L} + \frac{\alpha}{h^2} \right) \rightarrow A_3 \\ +jF \left(\frac{1}{hQ_L} + \frac{1}{Q_{ts}} \right) \rightarrow A_4 \\ + 1 // \end{array} \quad \text{とおく}$$

G_B (周波数特性) の分母は

$$G_B = A_1 F^4 - jA_2 F^3 - A_3 F^2 + jA_4 F + 1$$

絶対値を求める (実数と虚数に分ける)

$$|G_B|^2 = (A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1)^2 + (A_4 F - A_2 F^3)^2 //$$

(分母)

⑥ 分子のまとめ

$$U_B = \omega^4 MASCASMAPCAB$$

$$= \omega^4 \frac{1}{\omega_s^2} \cdot \frac{1}{\omega_B^2} = \omega^4 \frac{1}{\omega_s^2} \frac{1}{\omega_s^2 h^2} = F^4 \frac{1}{h^2} //$$

$$U_X = -\omega^2 MAPCAB + j\omega MAP/RAL + 1$$

$$= -\omega^2 \frac{1}{\omega_B^2} + j\omega \frac{1}{\omega_B \omega_L} + 1$$

$$= -\omega^2 \frac{1}{\omega_s^2 h^2} + j\omega \frac{1}{\omega_s h \omega_L} + 1$$

$$= \underbrace{-F^2 \frac{1}{h^2} + jF \frac{1}{h \omega_L}}_{//} + 1 //$$

$$U_D = \omega^4 MASCASMAPCAB - j\omega MASCASMAP/RAL - \omega^2 MASCAS$$

$$= \omega^4 \frac{1}{\omega_s^2} \frac{1}{\omega_B^2} - j\omega^3 \frac{1}{\omega_s^2} \frac{1}{\omega_B \omega_L} - \omega^2 \frac{1}{\omega_s^2}$$

$$= \omega^4 \frac{1}{\omega_s^2 \omega_s^2 h^2} - j\omega^3 \frac{1}{\omega_s^2 \omega_s h \omega_L} - \omega^2 \frac{1}{\omega_s^2}$$

$$= \underbrace{F^4 \frac{1}{h^2} - jF^3 \frac{1}{h \omega_L} - F^2}_{//} //$$

$$U_P = -\omega^2 MASCAS$$

$$= -\omega^2 \frac{1}{\omega_s^2} = -F^2 //$$

図6に U_L : RALの成分とすると

$$U_D - U_P - U_L = U_B (F^4 \frac{1}{h^2}) \text{ となる.}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -F^2 & -j\omega F^3 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{VC} &= -j\omega^3 C_A R_A T_M A_P C_{AB} - \omega^2 C_A R_A T_M A_P / R_{AL} + j\omega C_A R_A T \\
 &= -j\omega^3 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_B^2} - \omega^2 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_B Q_L} + j\omega \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \\
 &= -j\omega^3 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_s^2 h^2} - \omega^2 \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \frac{1}{\omega_s h Q_L} + j\omega \frac{1}{\omega_s Q_{ts}} \\
 &= -jF^3 \frac{1}{h^2 Q_{ts}} - F^2 \frac{1}{h Q_{ts} Q_L} + jF \frac{1}{Q_{ts}} //
 \end{aligned}$$

分子までの終

$$0 \quad U_B = F^4 \frac{1}{h^2} \rightarrow B_1 \rightarrow |U_B|^2 = (B_1 F^4)^2 //$$

$$0 \quad U_X = -F^2 \frac{1}{h^2} + jF \frac{1}{h Q_L} + 1$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{B_1} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{B_2}$

$$= -B_1 F^2 + jB_2 F + 1$$

$$|U_X|^2 = (1 - B_1 F^2)^2 + (B_2 F)^2 //$$

$$0 \quad U_D = F^4 \frac{1}{h^2} - jF^3 \frac{1}{h Q_L} - F^2$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{B_1} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{B_2}$

$$= B_1 F^4 - jB_2 F^3 - F^2$$

$$|U_D|^2 = (B_1 F^4 - F^2)^2 + (B_2 F^3)^2 //$$

$$0 \quad U_P = -F^2 \quad |U_P|^2 = (F^2)^2 //$$

$$Z_{VC} = -jF^3 \frac{1}{h^2 Q_{ms}} - F^2 \frac{1}{h Q_{ms} Q_L} + jF \frac{1}{Q_{ms}}$$

$$= \frac{1}{Q_{ms}} \left(-jF^3 \frac{1}{h^2} - F^2 \frac{1}{h Q_L} + jF \right)$$

B_3
 B_1
 B_2

$$|Z_{VC}|^2 = B_3^2 \{ (B_2 F^2)^2 + (F - B_1 F^3)^2 \}$$

※ 1. 2. 4. 2 は Q_{ts} を Q_{ms} に置きかえる。

※ 各周波数特性を求める

合成 $|G_B| = \sqrt{\frac{(B_1 F^4)^2}{(A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1)^2 + (A_4 F - A_2 F^3)^2}}$

$$|G_B|_{dB} = 20 \log_{10} |G_B| //$$

変位 $|G_X| = \sqrt{\frac{(1 - B_1 F^2)^2 + (B_2 F)^2}{(\quad)^2 + (\quad)^2}}$ //

2-2 $|G_D| = \sqrt{\frac{(B_1 F^4 - F^2)^2 + (B_2 F^3)^2}{(\quad)^2 + (\quad)^2}}$ //

Vent $|G_P| = \sqrt{\frac{(F^2)^2}{(\quad)^2 + (\quad)^2}}$

$$F = \frac{\omega}{\omega_s} = \frac{2\pi f}{2\pi F_s} = \frac{f}{F_s}$$

f を変数として 10Hz から 1000Hz まで変化してプロットする

$$|G_{ZVC}| = \sqrt{\frac{B_3^2 \{ (B_2 F^2)^2 + (F - B_1 F^3)^2 \}}{(\quad)^2 + (\quad)^2}} \times R_{es}$$

Q_{ts} と Q_{ms} の置き換え

$$R_{es} = R_e \times \frac{Q_{ms}}{Q_{es}} \text{ と変換}$$

⑥ 合成出力の Phase (位相) 特性 θ_{GB} を求める

$$\theta_{GB} = -\tan^{-1} \left[\frac{A_4 F - A_2 F^3}{A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \text{分子の虚数部} \\ \leftarrow \text{分母の実数部} \end{array}$$

※ 分子 ($B_1 F^4$) は実数のみなので考えなくて良い。

⑦ 合成出力の Group Delay (群遅延) 特性 TG_{GB} を求める

$$TG_{GB} = -\frac{d}{dF} \tan^{-1} \left[\frac{A_4 F - A_2 F^3}{A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1} \right]$$

※ 位相特性を周波数 F について微分する

実際の計算は以下による

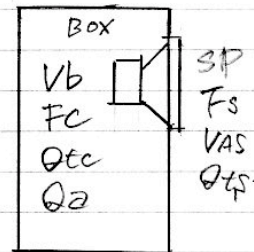
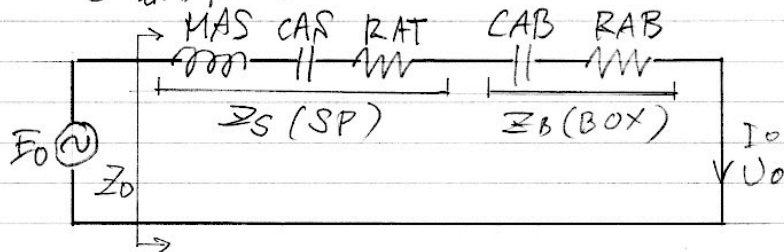
$$TG_{GB} = \frac{(A_4 F - A_2 F^3)'(A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1) - (A_4 F - A_2 F^3)(A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1)'}{(A_4 F - A_2 F^3)^2 + (A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{(A_4 - 3A_2 F^2)(A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1) - (A_4 F - A_2 F^3)(4A_1 F^3 - 2A_3 F)}{(A_4 F - A_2 F^3)^2 + (A_1 F^4 - A_3 F^2 + 1)^2}$$

※ ステップレスポンスは逆ラプラス変換を使用しており複雑なので割愛する。

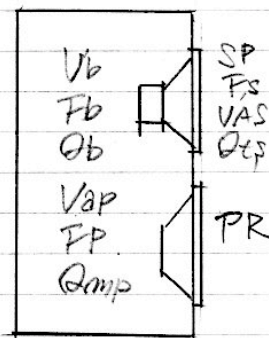
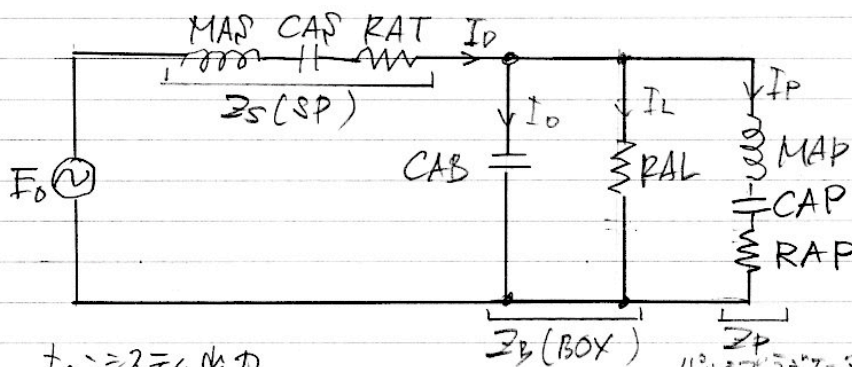
★ 等価回路例

◎ 密閉BOX



CAB: 箱のコンプライアンス, RAB: 箱のロス成分

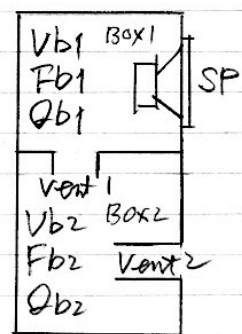
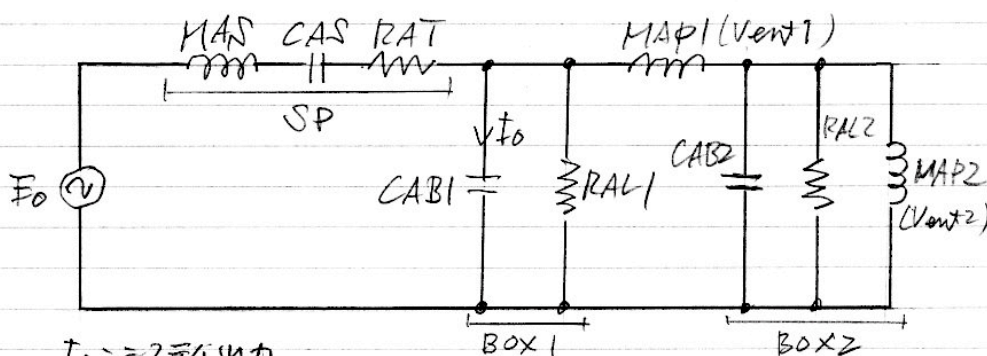
◎ 10ツングラジエータシステム



I_0 : システム出力

MAP: PRのマス, CAP: PRのコンプライアンス

◎ シリプル・アンテナット (ダブル・バスレフ)



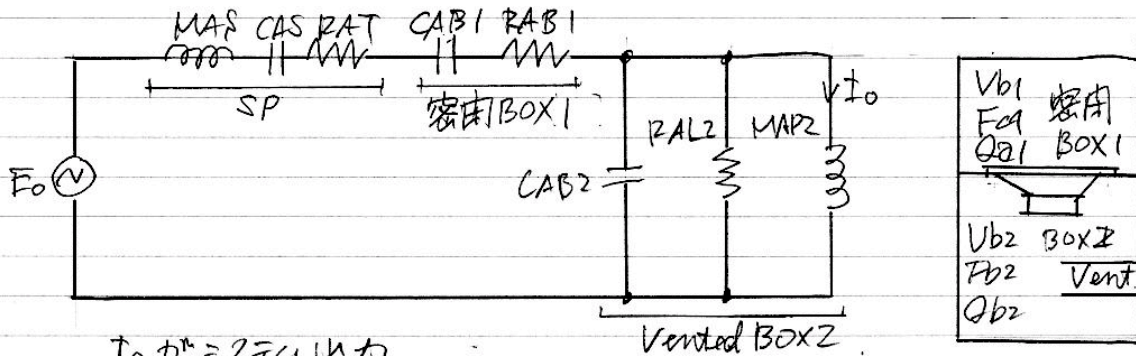
I_0 : システム出力

CAB1: BOX1のコンプライアンス, RAP1: BOX1のロス成分

MAP1: Vent1のマス, CAP2: BOX2のコンプライアンス

RAP2: BOX2のロス成分, MAP2: Vent2のマス

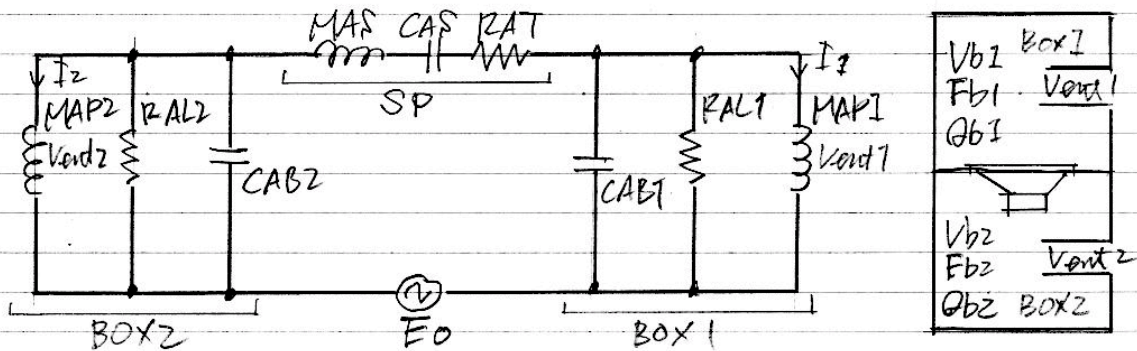
⑥ 4ポートシステム



I_0 がシステム出力

CAB1: 密閉BOXのコンプライアンス, RAB1: 密閉BOXのロス成分
 CAB2: アンチッドBOXのコンプライアンス, MAP2: アンチッドのマス
 RAL2: アンチッドBOXのロス成分

⑦ Twin Vented (タンテム) システム



$I_1 - I_2$ がシステム出力 (位相逆)

CAB1: BOX1のコンプライアンス, RAL1: BOX1のロス成分
 MAP1: BOX1のマス
 CAB2: BOX2のコンプライアンス, RAL2: BOX2のロス成分
 MAP2: BOX2のマス

以上 終